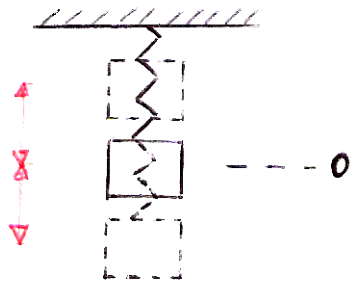
TEMA 1 **MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE**

1.1. Características más importantes del movimiento armónico simple (MAS).

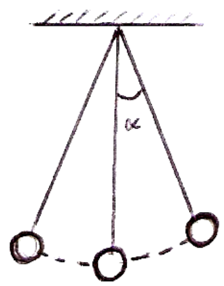
1.1.1. Ejemplos de movimientos armónicos simples.

Vamos a comenzar indicando algunos movimientos armónicos simples que se dan en la naturaleza:

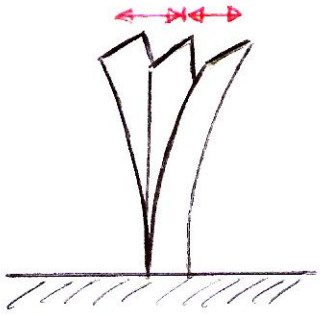
a) Si desplazamos un cuerpo que pende de un muelle de su posición de equilibrio, el cuerpo adquiere un MAS.



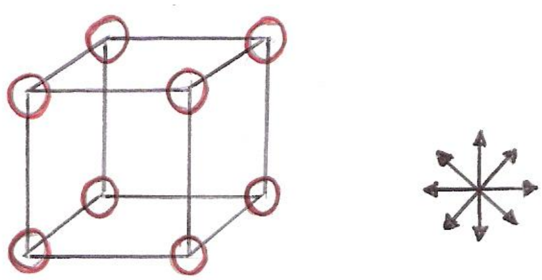
b) Si desplazamos un cuerpo que pende de un hilo de su posición de equilibrio, el cuerpo adquiere un MAS.



c) Si insertamos una lámina metálica, por un extremo, en una ranura y desplazamos el otro extremo de la posición de equilibrio, las partículas que están en dicho extremo adquieren un MAS.



d) El movimiento de los átomos que constituyen un cristal, es un MAS de los mismos alrededor de su posición de equilibrio.



No obstante, debemos hacer notar que todos estos movimientos son movimientos armónicos amortiguados (acaban parándose), pero si suponemos un intervalo de tiempo suficientemente pequeño los podemos suponer MAS.

1.1.2. Características de este movimiento

Las características más importantes de este movimiento son las siguientes:

a) Los cuerpos animados de este movimiento describen una trayectoria *rectilínea.*

b) Los cuerpos con MAS pasan *periódicamente* por las mismas posiciones. Es un movimiento periódico.

c) La *velocidad* y la *aceleración* también varía periódicamente en los cuerpos con MAS.

1.2. **Magnitudes que intervienen en el MAS**

Para el estudio de este movimiento tenemos que introducir una serie de conceptos y magnitudes que no hemos estudiado hasta ahora:

a) ***Oscilación, vibración o ciclo.*** Es el recorrido que realiza un cuerpo con MAS para volver a la posición inicial viajando en el mismo sentido.

b) ***Periodo (T).*** Es el tiempo que tarda un cuerpo con MAS en realizar una oscilación completa. Su unidad en el SI es el *segundo.*

c) ***Frecuencia (f).*** Es el número de oscilaciones que realiza un cuerpo con MAS en un segundo. Su unidad en el SI es el *hercio* (Hz) o *ciclos/s o* s^{-1}. La frecuencia es la inversa del periodo (por la propia definición), luego:

$$f = \frac{1}{T}$$

d) ***Elongación (x).*** Es la distancia a la que se encuentra un cuerpo con MAS de su posición inicial. Su unidad en el SI en el *metro.*

e) ***Amplitud (A).*** Es la máxima elongación que alcanza un cuerpo con MAS en su movimiento. Su unidad en el SI es el *metro.*

f) ***Pulsación o frecuencia angular (ω).*** Es el número de periodos comprendidos en 2π unidades de tiempo. Luego:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\,\pi\, f$$

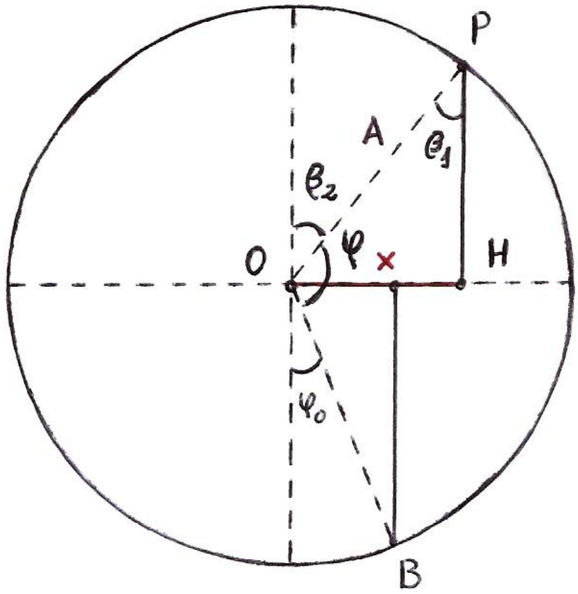
Su unidad en el SI de unidades es el *rad/s.*

1.3. **Ecuación del movimiento armónico simple**

1.3.1. Ecuación

Vamos a deducir la ecuación del movimiento armónico simple a partir de un movimiento armónico simple particular. Se trata del movimiento de la proyección sobre el diámetro de una circunferencia de un movimiento circular uniforme con velocidad angular ω.

El punto **B** es donde se comienza a medir el tiempo, por tanto, hay un ángulo inicial φ_0. Si transcurre un tiempo de **t** segundos, el móvil, que según la definición dada se mueve sobre la circunferencia con una velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$ constante, se encontrará en un punto tal como **P** y habrá recorrido un ángulo $\varphi = \omega t$.



La ecuación que vamos a determinar es una expresión que nos dará la elongación **x** del punto **H** en cada instante, es decir, en función del tiempo **t**.

En el triángulo OHP, $x = OP \text{ sen } \beta_1$. Como OP = radio = amplitud, tenemos $x = A \text{ sen } \beta_1$. El ángulo $\beta_1 = \beta_2$. A su vez :

$$\beta_2 = 180 - (\omega t + \varphi_0)$$

por consiguiente:

$x = A \text{ sen } \beta_1$ y como $\beta_1 = \beta_2 = 180 - (\omega t + \varphi_0)$

tenemos: $x = A \text{ sen } (180 - (\omega t + \varphi_0))$

luego:

$$\mathbf{x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)}$$

La ecuación obtenida es la ecuación del MAS.

1.3.2. Fase del movimiento y fase inicial

Al término $(\omega t + \varphi_0)$

Se le denomina *fase del movimiento.*

Al término φ_0 se le denomina *fase inicial del movimiento*. Si en el instante inicial del movimiento el cuerpo se encuentra en la posición de equilibrio $\varphi_0 = 0$.
Si desplazamos el cuerpo de la posición de equilibrio y lo soltamos, empezando a computar el tiempo en ese instante, $\varphi_0 = \pi/2$ rad (ya que el punto que describe el MCU ha descrito un ángulo de $\pi/2$ rad).

1.4. **Cálculo de la velocidad y de la aceleración**

Para obtener la velocidad se deriva la ecuación del movimiento:

$$v = \frac{dx}{dt} = 0 \ \text{sen} (\omega t + \varphi_0) + A (\omega \cos (\omega t + \varphi_0)) = \mathbf{A \omega \cos (\omega t + \varphi_0)}$$

La velocidad puede expresarse fácilmente en función de la elongación. Como:

$$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Luego podemos poner: $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - sen^2\alpha}$

Y por tanto:

$$v = \pm A \omega \sqrt{1 - sen^2(\omega t + \varphi_0)} = \pm \omega \sqrt{A^2 - A^2 sen^2(\omega t + \varphi_0)} = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\boxed{v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}}$$

Consecuencias:

1. La velocidad del movimiento armónico simple es función periódica del tiempo.
2. Su valor depende de la posición de la partícula. Tiene el valor máximo en el centro de la trayectoria y se anula en los extremos.

Para obtener la ecuación de la aceleración derivamos la ecuación de la velocidad:

$$a = \frac{dv}{dt} = 0 \cos (\omega t + \varphi_0) + A \omega (- \omega \ \text{sen} (\omega t + \varphi_0)) = \mathbf{- A \omega^2 \ sen (\omega t + \varphi_0)}$$

Y como: $x = A \ \text{sen} (\omega t + \varphi_0)$

La expresión anterior se transforma en:

$$\mathbf{a = - \omega^2 x}$$